TEMA I.3

Ondas Periódicas

Dr. Juan Pablo Torres-Papaqui

Departamento de Astronomía
Universidad de Guanajuato
DA-UG (México)

papaqui@astro.ugto.mx

División de Ciencias Naturales y Exactas,
Campus Guanajuato, Sede Noria Alta

La onda transversal en una cuerda estirada es un ejemplo de un pulso de onda. El resultado es un solo pulso que viaja a lo largo de la cuerda.

Ocurre una situación más interesante cuando imprimimos al extremo libre de la cuerda un movimiento repetitivo, o periódico. Entonces, cada partícula de la cuerda tendrá un movimiento periódico al propagarse la onda, y tendremos una onda periódica.

En particular, suponga que movemos verticalmente la cuerda con un movimiento armónico simple (MAS) de amplitud A, frecuencia f, frecuencia angular $\omega = 2\,\pi\,f$ y periodo $T = 1/f = 2\,\pi/\omega$. Como veremos, las ondas periódicas con MAS son especialmente fáciles de analizar; las llamamos ondas senosoidales (ver Figura I.3.1).

Ondas Periódicas

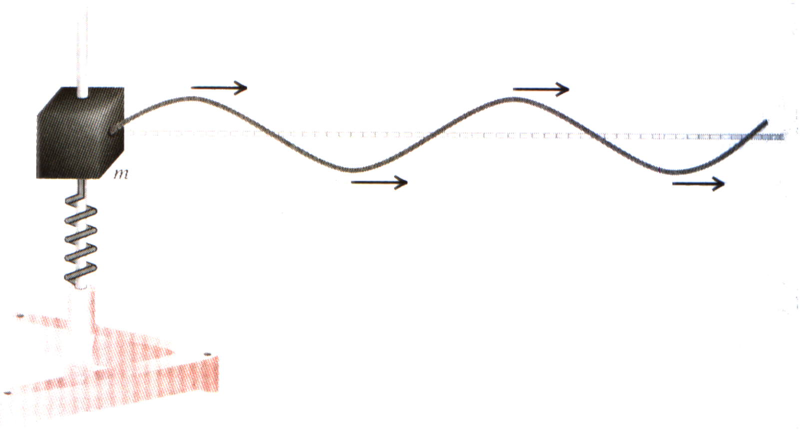

Figura I.3.1: El bloque de masa m está unido a un resorte y tiene un movimiento armónico simple, produciendo una onda senosoidal que viaja a la derecha sobre la cuerda.

Ondas Armónicas

Las ondas armónicas constituyen la clase más básica de las ondas periódicas.

Si una onda armónica se mueve por un medio, cada punto del medio oscila siguiendo un movimiento armónico simple.

Si un extremo de una cuerda se sujeta a una masa que esta oscilando con movimiento armónico simple, se produce un tren de onda senosoidal que se propaga a lo largo de la cuerda.

La forma de la cuerda es la de una función senosoidal, como se muestra en la figura. La distancia mínima recorrida en el espacio hasta que la función de onda se repite se llama longitud de onda λ.

Cuando la onda se propaga por la cuerda, cada punto de la misa se mueve hacia arriba y hacia abajo realizando un movimiento armónico simple cuya frecuencia f es la del resorte (o de un diapasón si fuese el caso).

Durante un periodo $T = 1/f$, la onda se mueve una distancia de una longitud de onda, de modo que la velocidad de propagación viene dada por

$$\nu = \lambda / T = f\lambda \tag{I.3.1}$$

Ondas Armónicas

Como esta relación surge de las definiciones de longitud de onda y frecuencia, es válida para todas las ondas armónicas. La función senosoidal que describe los desplazamientos en la figura, es

$$y(x) = A \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \delta\right)$$

en donde A es la amplitud, λ la longitud de onda y δ una constante de fase, que depende de la elección del origen $x = 0$. Esta ecuación se expresa de forma más sencilla como

$$y(x) = A \operatorname{sen}(\kappa x + \delta) \tag{I.3.2}$$

en donde κ, es el número de onda, viene dado por

$$\kappa = \frac{2\,\pi}{\lambda}$$

Ondas Armónicas

Obsérvese que las dimensiones de κ son m^{-1} (como el ángulo debe expresarse en radianes a veces se describen las unidades de κ en la forma $rad \cdot m^{-1}$). Cuando se trata con una única onda armónica se suele elegir el origen de modo que $\delta = 0$.

Para escribir una onda que se mueve en el sentido creciente de x con velocidad ν, sustituyamos x en la ecuación I.3.2 por $x - \nu t$. Eligiendo δ igual a cero se obtiene

$$y(x) = A \operatorname{sen}[\kappa(x - \nu t)] = A \operatorname{sen}(\kappa x - \kappa \nu t)$$

y

$$y(x) = A \operatorname{sen}(\kappa x - \omega t)$$

Función de Onda Armónica, en donde

$$\omega = \kappa \nu \tag{I.3.3}$$

Ondas Armónicas

Es la frecuencia angular y el argumento de la función seno, $(\kappa x - \omega t)$, se denomina **fase**. La frecuencia angular está relacionada con la frecuencia f, y el periodo T mediante

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Sustituyendo $\omega = 2\pi f$ en la ecuación I.3.3 y utilizando $\kappa = 2\pi/\lambda$, se obtiene

$$2\pi f = \kappa\nu = \frac{2\pi}{\lambda}\nu$$

donde $\nu = f\lambda$, que es la ecuación I.3.1.

Ejercicio: Un tren de ondas atraviesa un punto de observación. En este punto, el tiempo entre crestas sucesivas es 0.2 s. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? (a) La longitud de onda es 5 m. (b) La frecuencia es 5 Hz. (c) La velocidad de propagación es 5 m/s. (d) La longitud de onda es 0.2 m. (e) No hay suficiente información para justificar las afirmaciones anteriores.

Ejercicio: Una cuerda cuelga verticalmente. Se sacude el extremo libre de atrás hacia adelante, generando un tren de ondas senosoidales. La longitud de onda en la parte superior, ¿es igual, menor o mayor que en el extremo inferior?

Ejemplo: Una onda armónica en una cuerda

La función de onda de una onda armónica que se mueve en una cuerda es $y(x,t) = (0.03\ m)\ \text{sen}[(2.2\, m^{-1})\, x + (3.5\, s^{-1})\, t]$. (a) ¿En qué sentido se propaga esta onda y cuál es su velocidad? (b) Determinar la longitud de onda, la frecuencia y el periodo de esta onda. (c) ¿Cuál es el desplazamiento máximo de cualquier segmento de cuerda?

Planteamiento y Solución del Problema:

(a) 1. La función de onda es de la forma $y(x,t) = A\ \text{sen}(\kappa x + \omega t)$. Teniendo en cuenta que $\omega = \kappa \nu$, escribir la función de onda en función de $x + \nu t$.

$y(x,t) = A\ \text{sen}(\kappa x + \omega t)$ y $\omega = \kappa \nu$, es decir
$y(x,t) = A\ \text{sen}(\kappa x + \kappa \nu t) = A\ \text{sen}[\kappa(x + \nu t)]$

La onda viaja en el sentido $-x$.

2. Como la forma de la función de onda es $y(x,t) = A\,sen(\kappa x - \omega t)$ sabemos cuanto vale A, ω y κ. Los usamos para calcular la velocidad

$$\nu = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{2\pi}\frac{2\pi}{T} = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{3.5\,s^{-1}}{2.2\,m^{-1}} = 1.59\,m/s$$

(b) La longitud de onda λ está relacionada con el número de onda κ; y la frecuencia y el periodo está relacionado con ω:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{2\pi}{(2.2m^{-1})} = 2.86\,m$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{(3.5s^{-1})} = 1.80\,s$$

$$f = \frac{1}{T} = 11.80\,s = 0.557\,Hz$$

(c) El desplazamiento máximo del segmento de cuerda es la amplitud A:

$$A = 0.03\,m$$

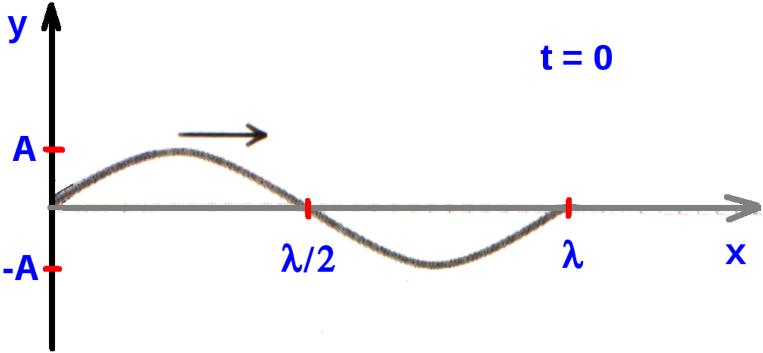

Figura I.3.2: Grafica de la función $y(x, 0) = A \,\mathrm{sen}(\kappa\, x)$.

Observación: Nótese que el valor máximo de una función seno o coseno es $+1$.

Ejercicio: La rapidez del sonido en el aire a 20 ^oC es de 344 m/s. (a) Calcule la λ de una onda sonora con $f = 27.5\ Hz$ que corresponde a la tecla mas baja de un piano. (b) Calcule la frecuencia de una onda con $\lambda = 1.76\ m$ que corresponde aproximadamente a la nota Sol arriba de Do central del piano.

Ejercicio: La rapidez de las ondas de radio en el vacío es de $3 \times 10^8\ m/s$. Calcule λ para (a) una estación de radio AM con $f = 1070\ kHz$; (b) una estación de radio FM con $f = 291.7\ MHz$.

Ejercicio: Bajo una cierta tensión F un pulso tarda 2.0 s viajar a lo largo de un alambre tenso. ¿Qué tensión es necesaria (en términos de F) para que el pulso tarde 6.0 s?

Nota: Usa el hecho de que $\nu = d/t$, por lo tanto, $(d/t)^2 = F_T/\mu$ y $t^2 F_T = d^2\mu$. Entonces $t_1^2 F_{T_1} = t_2^2 F_{T-2}$.

Ejercicio: A partir de las descripciones de una onda hechas en esta sección. ¿Son que la velocidad de propagación depende de la amplitud? Verdadero o Falso, justificar tu respuesta.