

TEMA 1.8

Ondas en Gases

Dr. Juan Pablo Torres-Papaqui

Departamento de Astronomía
Universidad de Guanajuato
DA-UG (México)

papaqui@astro.ugto.mx

División de Ciencias Naturales y Exactas,
Campus Guanajuato, Sede Noria Alta

Podemos usar la definición del módulo de compresibilidad para deducir la velocidad del sonido en un gas ideal.

Para variaciones de presión y volumen infinitesimal: $B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}$.

Si la temperatura es constante, $pV = cte$. Ley de Boyle

Sin embargo, cuando un gas se comprime adiabáticamente, no hay flujo de calor, de modo que su temperatura aumente cuando se comprima o disminuya cuando se expande.

Para un gas ideal:

$$pV^\gamma = cte \quad (1.8.1)$$

donde $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, es el cociente adimensional de las capacidades caloríficas.

¿Cuando una onda sonora viaja en un gas, las compresiones son adiabáticas?

Dado que las conductividades térmicas de los gases son muy pequeñas, resulta que para frecuencias de sonido ordinarias (20 a 20000 Hz) la propagación del sonido es casi adiabática. Esto legitima usar el módulo de compresibilidad adiabático B_{ad} .

$$pV^\gamma = cte \Rightarrow \frac{dp}{dV} V^\gamma + \gamma p V^{\gamma-1} = 0$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{\gamma p V^{\gamma-1}}{V^\gamma}$$

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma p V^{-1} = -\frac{\gamma p}{V}$$

$$V \frac{dp}{dV} = -\gamma p \Rightarrow -V \frac{dp}{dV} = \gamma p$$

$$B_{ad} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = -V \frac{dP}{dV} = \gamma p \quad (1.8.2)$$

Para un proceso isotérmico $pV = cte \Rightarrow \gamma = 1$

$$B_{iso} = p \quad (1.8.3)$$

Combinando $\nu = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ y 1.8.2:

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

Para un gas ideal, tenemos que

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

donde M es la masa molecular, R es la constante del gas ideal y T la temperatura absoluta.

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (1.8.4)$$

Para un gas dado, γ , R , y M son constantes de modo que: $\nu \propto \sqrt{T}$.

Energía Cinética Media de una Molécula

$$(E_c)_m = \left(\frac{1}{2} m \nu^2 \right)_m = \frac{3}{2} \kappa T$$

La energía cinética de traslación total de n moles de un gas que contiene N moléculas es

$$E_c = N \left(\frac{1}{2} m \nu^2 \right)_m = \frac{3}{2} N \kappa T = \frac{3}{2} n R T$$

en donde $N \kappa = n N_A \kappa = n R$, donde N_A es el número de Avogadro ($N_A = 6.022 \times 10^{23}$). Por lo tanto, la energía de traslación es $\frac{3}{2} \kappa T$ por molécula y $\frac{3}{2} R T$ por mol.

$$\frac{1}{2}m(\nu^2)_m = \frac{3}{2}\kappa T$$
$$\Rightarrow (\nu^2)_m = \frac{3\kappa T}{m} = \frac{3\kappa T}{m} \frac{N_A}{N_A} = \frac{3RT}{M}$$

en donde $M = N_A m$ es la masa molar. La raíz cuadrada de $(\nu^2)_m$ es la velocidad cuadrática media (cm):

$$\nu_{cm} = \sqrt{(\nu^2)_m} = \sqrt{\frac{3\kappa T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Nótese la similitud con la ecuación I.8.4. Esto indica que la velocidad del sonido en un gas esta íntimamente relacionada con la velocidad de las moléculas.

Ejemplo: Detección de Mosquitos

Para $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C} = 293\text{ K}$, $M = 28.8 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$, $R = 8.315 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ y $\gamma = 1.40$

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{(1.40)(8.315 \text{ J/mol}\cdot\text{K})(293 \text{ K})}{28.8 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esto es consistente con la velocidad medida con error de 0.3%

El oído es sensible a gama de frecuencias sonora de 20 a 20000 Hz : $\Rightarrow \lambda = 17 \text{ m}$ a $\lambda = 1.7 \text{ cm}$

Los murciélagos pueden escuchar frecuencias más altas, típicamente 1000 kHz : $\Rightarrow \lambda = 3.4 \text{ mm}$

Usado este como sonar, estas ondas son suficientes para detectar insectos.

Nota: Estas explicaciones ignoran la naturaleza molecular de un gas. Un gas real se compone de moléculas en movimiento aleatorio separadas por distancias grandes en comparación con sus diámetros. Las vibraciones de las ondas se superponen al movimiento térmico aleatorio. A 1 atm , una molécula viaja una distancia media de 10^{-7} m entre 2 choques, mientras que la amplitud de desplazamiento producida por un sonido tenue es de 10^{-9} m .