TEMA I.10

Energía en el Movimiento Ondulatorio

Dr. Juan Pablo Torres-Papaqui

Departamento de Astronomía
Universidad de Guanajuato
DA-UG (México)

papaqui@astro.ugto.mx

División de Ciencias Naturales y Exactas,
Campus Guanajuato, Sede Noria Alta

Energía en el Movimiento Ondulatorio

Consideremos una cuerda sujeta a un diapasón. Cuando este vibra transfiere energía al segmento de cuerda unido a él. Por ejemplo, cuando el diapasón se desplaza de su posición de equilibrio, estira el segmento aumentando su energía potencial y transfiere una velocidad transversal al segmento, incrementando su energía cinética. Cuando una onda se mueve a lo largo de la cuerda, la energía se transmite por esta a los restantes segmentos.

La potencia es la tasa de transferencia de energía. La potencia se calcula determinando la tasa con que realiza trabajo la fuerza que en un segmento de cuerda ejerce sobre un segmento vecino.

La tensión F_T que actúa sobre el extremo izquierdo del segmento es tangente a la cuerda. Para calcular la potencia transferida por esta fuerza usamos la formula $P = F_T \cdot \nu_t$, ν_t es la velocidad transversal, es la velocidad del extremo del segmento. Expresando los vectores, es decir, $F_T = F_{Tx}\hat{i} + F_{Ty}\hat{j}$ y $\nu t = \nu_y \hat{j}$, con lo cual $P = F_{Ty} \cdot \nu_y$. A partir de la Figura I.10.1 vemos que $F_{Ty} = -F_T sen(\theta) \approx -F_T tg(\theta)$. Como $tg(\theta)$ es la pendiente de la cuerda, tenemos $tg(\theta) = \partial y/\partial x$, y por lo tanto

$$P = F_{Ty}\nu_y \approx -F_T tg(\theta)\nu_y \approx -F_T \frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial t}$$

$$= -F_T[\kappa\, A\, cos(\kappa x - \omega t)][-\omega\, A\, cos(\kappa x - \omega t)]$$

recuerde que $\nu = \sqrt{F_T/\mu}$ y $\omega = \kappa\nu$

Energía en el Movimiento Ondulatorio

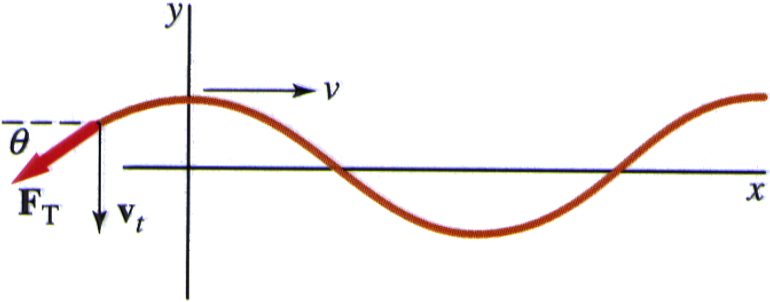

Figura I.10.1: Onda armónica moviéndose hacia la derecha a través de un segmento de cuerda.

Energía en el Movimiento Ondulatorio

$$P = F_T \kappa\, \omega\, A^2\, cos(\kappa x - \omega t)]$$

Sustituyendo $F_T = \mu\nu^2$, $\kappa = \frac{\omega}{\nu}$ y $\omega = \kappa\nu$.

$$P = \mu\nu\omega^2 A^2 cos^2(\kappa x - \omega t)$$

en donde ν es la velocidad de la onda. La potencia media es

$$P_m = \frac{1}{2}\mu\nu\omega^2 A^2$$

ya que el valor medio de $cos^2(\kappa x - \omega t)$, si se calcula el promedio sobre un periodo entero del movimiento manteniendo x constante, es $1/2$.

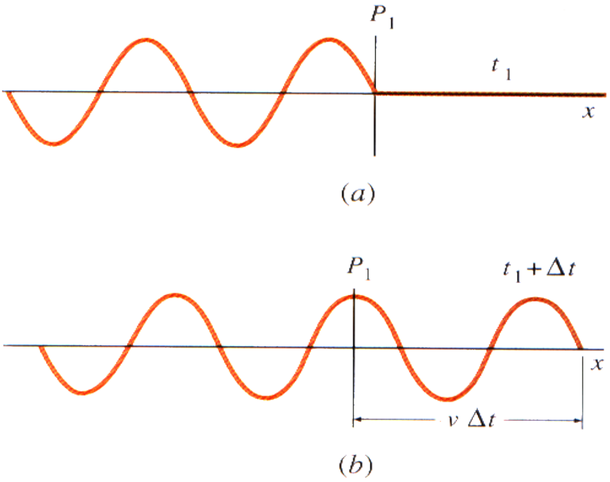

Figura I.10.2: Onda armónica moviéndose hacia la derecha a través de un segmento de cuerda durante un tiempo Δt.

La energía recorre la cuerda a la velocidad de la onda ν, por lo que la energía media $(\Delta E)_m$ que fluye por un punto P_1 durante el tiempo Δt (ver Figuras I.10.2a y I.10.2b) es

$$(\Delta E)_m = P_m \Delta t = \frac{1}{2}\mu\nu\omega^2 A^2 \Delta t$$

Esta energía se distribuye a lo largo de una distancia $\Delta x = \nu \Delta t$, de modo que la energía media en Δx es

$$(\Delta E)_m = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \Delta x$$

Obsérvese que tanto la potencia media como la energía media transmitidas son proporcionales al cuadrado de la amplitud de la onda.

Ejemplo: Energía total media de una onda en una cuerda

Una onda armónica de longitud de onda de 25 *cm*, y amplitud de 1.2 *cm* se mueve a lo largo de un segmento de 15 *m* de una cuerda de 60 *m* de longitud y 320 *grs* de masa que esta sometida a una tensión de 12 *N*. (a) Determinar la velocidad de propagación, frecuencia angular, y (b) ¿Cuál es la energía total media de la onda?

a) $\nu = \sqrt{F_T/\mu}$ y $\mu = M/L$

$$\nu = \sqrt{\frac{F_T L}{M}} = \sqrt{\frac{(12\,N)(60\,m)}{0.32\,kg}} = 47.4\,\frac{m}{s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\frac{\nu}{\lambda} = 2\pi\frac{47.4\,m/s}{0.25\,m} = 1190\,\frac{rad}{s}$$

Energía en el Movimiento Ondulatorio

b) $(\Delta E)_m = \frac{1}{2}\mu\,\omega^2 A^2 \Delta x = \frac{1}{2}\frac{M}{L}\omega^2 A^2 \Delta x$

$$= \frac{1}{2}\frac{0.32\,kg}{60\,m}(1190\frac{rad}{s})^2(0.012\,m)^2(15\,m) = 8.19\,J$$

$$[(\Delta E)_m] = \left[\frac{kg}{m}\cdot\frac{1}{s^2}\cdot m^2\cdot m\right] = \left[kg\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{s^2}\cdot m^2\cdot m\right]$$

$$= \left[kg\cdot\frac{m}{s^2}\cdot m^2\cdot\frac{1}{m}\right] = [N\cdot m] = [J]$$

Ejercicio: Calcular la energía total media transmitida por unidad de tiempo a lo largo de la cuerda.

Ejercicio: Verdadero o falso: La energía de una onda es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda.