TEMA I.17

Intensidad del Sonido

Dr. Juan Pablo Torres-Papaqui

Departamento de Astronomía
Universidad de Guanajuato
DA-UG (México)

papaqui@astro.ugto.mx

División de Ciencias Naturales y Exactas,
Campus Guanajuato, Sede Noria Alta

Intensidad del Sonido

El sonido es una onda viajera, lo que implica que puede transportar energía.

La intensidad de la onda de sonido es la razón media a la cual la onda transporta la energía por unidad de área a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación.

$$I = \frac{\text{potencia media}}{\text{unidad de area}}$$

La Potencia es el producto de la fuerza por la velocidad

$$\text{Potencia} = \text{fuerza} \times \text{velocidad}$$

Para una onda sonora: $Intensidad = p(x,t) \cdot \nu_y(x,t)$, donde ν_y es la velocidad de la partícula.

Intensidad del Sonido

Desarrollo, sea

$$\text{Potencia} = \text{Fuerza} \times \text{velocidad}$$

donde

$$\text{Intensidad} = \frac{\text{Potencia}}{\text{Unidad de Area}} \qquad \text{entonces} \qquad P = I \times A$$

Sustituyendo la potencia, tenemos

$$I \times A = F \times v \qquad \text{despejando} \qquad I = \frac{F}{A} \times v$$

Por lo tanto,

$$\text{Intensidad} = \text{Presión} \times \text{velocidad}$$

Intensidad del Sonido

Chequeo de unidades

Fuerza = [N], velocidad = [m/s]

Potencia = $[\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{s}}] = [\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}]$ = [Watt]

Ahora las unidades de la intensidad son $p(x,t) = [B\kappa A] = [\frac{N}{m^2} \cdot \frac{1}{m} \cdot m] = [\frac{N}{m^2}]$ y $v_y(x,t) = [\omega A] = [\frac{1}{s} \cdot m] = [\frac{m}{s}]$

$$I = \left[\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m}{s}\right] = \left[\frac{1}{m^2} \cdot \frac{J}{s}\right] = \left[\frac{Watt}{m^2}\right]$$

Para la onda unidimensional (I.16.1):

$$\nu_y(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = \omega\, A\, cos(\omega t - \kappa x)$$

$$\Rightarrow p(x,t)\cdot\nu_y(x,t) = [B\,\kappa\, A\, cos(\omega t - \kappa x)]\cdot[\omega\, A\, cos(\omega t - \kappa x)]$$

$$= B\,\kappa\,\omega\, A^2 cos^2(\kappa x - \omega t)$$

Sobre un periodo $T = 2\pi/\omega$ el valor medio de cos^2 es $1/2$

$$I_{med} = \frac{1}{2} B\,\omega\,\kappa\, A^2 \qquad \text{(I.17.1)}$$

Cambiamos $\kappa = \omega/\nu$ y $\nu^2 = B/\rho$

$$I_{med} = \frac{1}{2}\sqrt{\rho\, B}\,\omega^2\, A^2 \qquad \text{(I.17.2)}$$

Demostración:

$$\begin{aligned} I_{med} &= \tfrac{1}{2} B\, \omega\, \kappa\, A^2 && = \frac{1}{2} B\, \omega \frac{\omega}{\nu} A^2 \\ &= \tfrac{1}{2} B \tfrac{1}{\nu} \omega^2 A^2 && = \frac{1}{2} B \frac{\rho^{1/2}}{B^{1/2}} \omega^2 A^2 \\ &= \tfrac{1}{2} \rho^{1/2} B^{1/2} \omega^2 A^2 && = \frac{1}{2} \sqrt{\rho\, B}\, \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

Para frecuencias más baja, la amplitud necesita ser mayor para salir a la misma intensidad.

En términos de p_{max} ($A = \frac{p_{max}}{B\kappa}$) usando (I.16.5) y $\omega = \nu\kappa$:

$$I_{med} = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho\, B}} = \frac{p_{max}^2}{2\,\rho\,\nu} \tag{I.17.3}$$

o

$$I_{med} = \frac{\omega\, p_{max}^2}{2\,B\,\kappa} = \frac{\nu\, p_{max}^2}{2\,B} \tag{I.17.4}$$

Intensidad de una voz normal es $I_{voz} = 10^{-5}\ W$ y de un grito fuerte $I_{grito} = 3 \times 10^{-2}\ W$

Demostración:

$$
\begin{aligned}
I_{med} &= \tfrac{1}{2}\sqrt{\rho\,B}\omega^2 A^2 &&= \frac{1}{2}\sqrt{\rho\,B}\omega^2\frac{P_{max}^2}{B^2\kappa^2} \\
&= \tfrac{1}{2}\sqrt{\rho\,B}\nu^2\tfrac{P_{max}^2}{B^2} &&= \frac{1}{2}\sqrt{\rho\,B}\frac{B}{\rho}\frac{P_{max}^2}{B^2} \\
&= \tfrac{1}{2}\sqrt{\rho\,B}\tfrac{P_{max}^2}{\rho\,B} &&= \frac{1}{2}\frac{P_{max}^2}{\sqrt{\rho\,B}}
\end{aligned}
$$

Para el resto:

$$
\begin{aligned}
\sqrt{\rho\,B} &= \rho\sqrt{\tfrac{B}{\rho}} &&= \rho\nu \\
\sqrt{\rho\,B} &= \sqrt{\tfrac{\rho}{B}}B &&= \frac{B}{\nu} \\
\sqrt{\rho\,B} &= \sqrt{\tfrac{\rho}{B}}B &&= \frac{B}{\nu} = \frac{B\kappa}{\nu\kappa} = \frac{B\kappa}{\omega}
\end{aligned}
$$

Ejemplo: Intensidad de una onda sonora en el aire

En un ejemplo del oído interno, teniamos que $p_{max} = 3.0 \times 10^{-2}\ Pa$ a una temperatura de $20\ ^oC$ de modo que $\rho = 1.20\ kg/m^3$ y $\nu = 344\ m/s$

$$I_{med} = \frac{p_{max}^2}{2\,\rho\,\nu} = \frac{(3.0 \times 10^{-2} Pa)^2}{2(1.20\,kg/m^3)(344\,m/s)}$$
$$= 1.1 \times 10^{-6} \frac{J}{m^2 \cdot s}$$
$$= 1.1 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

Ejemplo: Misma intensidad diferente frecuencias

Una onda sonora de 20.0 Hz, tiene la misma intensidad que una onda sonora de frecuencia 1000 Hz (ejemplo de la Onda sonora en el aire, con $A_{1000} = 1.2 \times 10^{-8} m$). ¿Cuál es la amplitud A_{20} y amplitud de presión p_{max}?

En la ecuación I.17.2, solamente $\rho\, B$ dependen del medio, no de A. Para que I sea constante debemos entonces tener el producto $\omega\, A$ constante.

$$20.0\, Hz \cdot A_{20} = 1000\, Hz \cdot 1.2 \times 10^{-8} m$$

$$A_{20} = 6.0 \times 10^{-7} m = 0.60\, \mu m$$

Puesto que la intensidad es la misma, p_{max} debe ser la misma.

Intensidad del Sonido

Ejemplo: Potencia concierto al aire libre

Para un concierto al aire libre se requiere que $I = 1\ W/m^2$ a una distancia de 20 m de los altavoces. ¿Cuál debe ser la potencia?

Suponemos que la onda se disperse uniformemente en un hemisferio de 20 m de radio.

Área $\frac{1}{2}4\pi(20\,m)^2 \approx 2500\ m^2$

$$P = I \cdot Area = 1\frac{W}{m^2} \cdot 2500\,m^2 = 2500\,W$$

Observe que la potencia eléctrica debe ser mucho mayor, porque la eficiencia de los altavoces no es muy alta, apenas 10 %-25 %.

Variación de la Intensidad con la Distancia

De la ley de conservación de la energía, tenemos que la intensidad es inversamente proporcional a la distancia al cuadrado $I \propto \frac{1}{r^2}$.

Si el potencia de la fuente es P a través de una esfera de radio r_1 y área $4\pi\, r_1^2$, la intensidad media será:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi\, r_1^2}$$

Sobre una esfera de radio r_2 y área $4\pi\, r_2^2$:

$$I_2 = \frac{P}{4\pi\, r_2^2}$$

La potencia es la misma: $\Rightarrow 4\pi\, r_1^2 I_1 = 4\pi\, r_1^2 I_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \tag{I.17.5}$$